



Artikel Penelitian

Penghitungan Beban Kritis pada Struktur Kolom Kontinu dengan Dua Bentangan akibat Pembebanan Secara Aksial

Eka Satria, Nusyirwan, Muhammad Irfan

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Andalas, Kampus Limau Manis, Padang, 25133, Indonesia

INFORMASI ARTIKEL

Sejarah Artikel:

Diterima Redaksi: 05 Agustus 2018

Revisi Akhir: 24 September 2018

Diterbitkan Online: 29 Oktober 2018

KATA KUNCI

Kolom Kontinu

Beban Kritis

Dua Bentangan

Beban Aksial

KORSPONDENSI

E-mail: ekasatria@ft.unand.ac.id

A B S T R A C T

This paper is aimed to determine the critical buckling load of continuous column with two spans under axial loading. Firstly, the critical buckling loads is calculated theoretically based on concept of solid mechanic. The calculation is conducted for various ratio of L_1/L_2 . This ratio shows a comparison of two span lengths. The used ratios in this calculation are $L_1/L_2 = 1/3, 1/2, 2/3, 1/1, 3/2, 2/1, \text{ and } 3/1$. The critical buckling loads is calculated based on elastic analysis. For practical application, the results then are approached by regression technique of a least square method to find the best fit of design equation. Later, this equation is recommended as a practical equation in determining the critical buckling of continuous column with two spans under axial loading.

1. PENDAHULUAN

Salah satu kasus khusus dalam perancangan struktur kolom di lapangan adalah penggunaan kolom kontinu. Kolom ini terdiri dari dua atau lebih bentangan dengan tumpuan *roller* sebagai penghubungnya. Seperti halnya kolom biasa yang dikenai beban tekan, akan mengalami kegagalan karena ketidakstabilan (*buckling*), kegagalan kolom kontinu akibat beban tekan juga disebabkan karena pengaruh ketidakstabilan terutama untuk bentangan dengan geometri yang langsing.

Penghitungan teoritis beban kritis buckling untuk kolom kontinu berbeda dengan kolom biasa (satu bentangan) [1,2,3]. Analisa matematika yang digunakan menjadi lebih kompleks karena

melibatkan struktur dengan lebih dari satu bentangan.

Makalah ini membahas proses penghitungan beban kritis kolom kontinu dengan dua bentangan akibat beban tekan aksial melalui pendekatan teoritik berdasarkan konsep mekanika benda padat. Hasil yang diperoleh tentu saja memiliki akurasi yang baik. Akan tetapi bagi praktisi lapangan, pendekatan ini tidaklah praktis karena melibatkan penurunan persamaan matematika yang cukup rumit. Untuk mengatasi hal ini, makalah ini akan memperkenalkan persamaan pendekatan, diturunkan dari teknik regresi terhadap hasil-hasil penghitungan teoritik, yang bisa digunakan untuk menghitung beban kritis kolom kontinu dalam variasi geometri dan panjang bentangan.

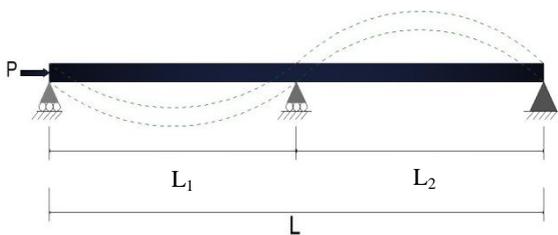
2. METODOLOGI

Metodologi penyelesaian permasalahan yang dikembangkan dalam makalah ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

- (1). Penyiapan model-model numerik,
- (2). Penurunan persamaan penghitungan beban kritis teoritik untuk variasi L_1/L_2 dan rasio kelangsingan (λ).
- (3). Penghitungan beban-beban kritis teoritik
- (4). Penurunan persamaan pendekatan dengan menggunakan teknik regresi linear.
- (5). Pembahasan hasil penghitungan.

2.1. Penyiapan Model-Model Numerik

Model numerik yang akan dibahas pada makalah ini dapat dilihat pada Gambar 1 dan sifat material kolom kontinu dijelaskan pada Tabel 1.



Gambar 1. Pemodelan struktur kolom kontinu dengan dua bentangan

Tabel 1. Sifat geometri dan material kolom kontinu

No	Properties	Keterangan
1.	Panjang kolom	$L= 500, 750, 1000, 1250, 1500$ mm
2.	Rasio L_1/L_2	1:10, 1:7, 1:5, 1:3, 1:2, 1:1.5, 1:1
3.	Bentuk penampang	Bujur sangkar $b \times h = 10 \times 10$ mm
4.	Material	ASTM-A36, $\sigma_y = 250$ N/mm ² , $E = 207000$ N/mm ² dan $\nu = 0,3$
5.	Kondisi tumpuan	Kolom kontinu memiliki 3 tumpuan, tumpuan rol pada sisi kiri dan tengah serta tumpuan jepit pada sisi kanan
6.	Kondisi pembebanan	Pembebanan tekan aksial

2.2. Penurunan Persamaan Beban Kritis Struktur Kolom Kontinu dengan Dua Bentangan [4]

Secara analitik analisa bentuk lendutan didekati dengan persamaan differensial orde-4 berikut ini :

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{P}{EI} \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

atau dalam bentuk yang lebih sederhana dapat dituliskan:

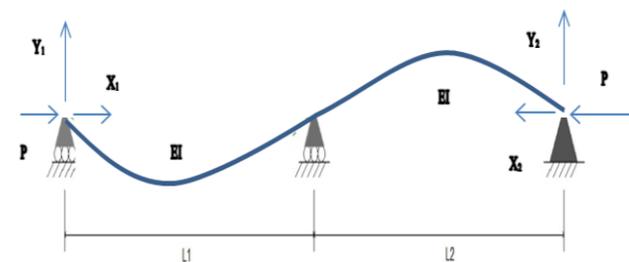
$$y^{IV} + K^2 y'' = 0 \quad (2)$$

dimana harga K diberikan adalah:

$$K^2 = \frac{P}{EI} \quad (3)$$

Jawab sistem persamaan differensial pada persamaan (2) diberikan oleh persamaan (3) berikut:

$$y = y_p + y_c = A \sin Kx_1 + B \cos Kx_1 + Cx_1 + D \quad (4)$$



Gambar 2. Bentuk perpindahan struktur kolom kontinu dengan dua bentangan

Dari Gambar 2 diatas diasumsikan bentuk perpindahan pada bentangan pertama adalah sebagai berikut:

$$y_1^{IV} + K^2 y_1'' = 0 \quad (5)$$

$$y_1 = A \sin Kx_1 + B \cos Kx_1 + Cx_1 + D \quad (6)$$

$$y_1' = AK \cos Kx_1 + (-BK \sin Kx_1) + C \quad (7)$$

$$y_1'' = -AK^2 \sin Kx_1 - BK^2 \cos Kx_1 \quad (8)$$

Dari bentuk bentangan kedua akan diperoleh:

$$y_2^{IV} + k^2 y_2'' = 0 \quad (9)$$

$$y_2 = E \sin Kx_2 + F \cos Kx_2 + Gx_2 + H \quad (10)$$

$$y_2' = Ek \cos Kx_2 + (-FK \sin Kx_2) + G \tag{11}$$

$$y_2'' = -EK^2 \sin Kx_2 - FK^2 \cos Kx_2 \tag{12}$$

Kondisi batas yang digunakan untuk bentangan 1 adalah (i). pada $x_1=0$, diperoleh $y_1=0$; (ii) pada $x_1=L_1$ diperoleh $y_1''=0$; dan (iii) pada $x_1=L_1$ diperoleh $y_1=0$. Kondisi batas yang digunakan untuk bentangan 2 adalah (i). pada $x_2=0$, diperoleh $y_2=0$; (ii) pada $x_2=L_2$ diperoleh $y_2''=0$; dan (iii) pada $x_2=L_2$ diperoleh $y_2=0$. Dari kondisi-kondisi ini diperoleh nilai $B=D=0$ dan juga nilai $F=H=0$.

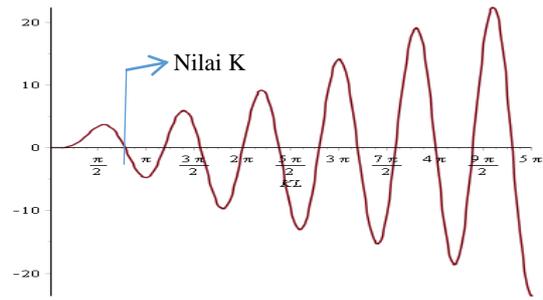
Untuk mendapatkan nilai variabel yang lain, maka kondisi batas tambahan diberikan sebagai berikut: (i) $y_1'(L_1)=-y_2'(L_2)$ dan (ii). $y_1''(L_1)=-y_2''(L_2)$. Dengan menggunakan batasan-batasan ini ditambah dengan dua persamaan pada batasan sebelumnya, maka nilai A, C, E dan G dapat dihitung dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \sin KL_1 & kL_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin KL_2 & L_2 \\ K \cos KL_1 & 1 & k \cos KL_2 & 1 \\ -\sin KL_1 & 0 & \sin KL_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \\ E \\ G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Nilai K dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (14) berikut:

$$\det \begin{bmatrix} \sin KL_1 & kL_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin KL_2 & L_2 \\ K \cos KL_1 & 1 & k \cos KL_2 & 1 \\ -\sin KL_1 & 0 & \sin KL_2 & 0 \end{bmatrix} = 0 \tag{14}$$

Harga K didapatkan dari perpotongan grafik dari persamaan (14) dengan sumbu-x. Nilai K yang diambil adalah nilai perpotongan pertama pada grafik tersebut (lihat Gambar 3). Jika harga K diperoleh maka beban kritis juga dapat dihitung dengan persamaan (3).



Gambar 3. Grafik menentukan nilai K

2.3. Rekomendasi Persamaan Desain Praktis

Dengan menggunakan teknik regresi kuadrat terkecil (*least square regression*) [5] pada hasil-hasil numerik yang diperoleh, maka suatu persamaan desain praktis untuk penghitungan beban kritis struktur kolom kontinu dengan dua bentangan dapat direkomendasikan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Penghitungan Analitik Beban Kritis Kolom Kontinu dengan Dua Bentangan Akibat Pembebanan Tekan Aksial

Penurunan persamaan untuk mendapatkan beban kritis kolom kontinu dengan dua bentangan akibat pembebanan tekan aksial telah ditunjukkan pada subbab 2.2. Penurunan persamaan dibantu dengan menggunakan program MAPLE 16. Sebuah kolom kontinu diberi pembebanan tekan aksial sebesar P dan dibagi atas dua bentangan yaitu L_1 dan L_2 dengan tumpuan rol di sisi kiri dan di bagian tengah serta tumpuan tetap di sisi kanan, diperlihatkan oleh Gambar 1. Beban kritis *buckling* dari kolom kontinu ini dihitung dalam variasi perbandingan panjang bentangan (L_1/L_2) seperti yang diperlihatkan pada Tabel 2. Selanjutnya, nilai persamaan P_{cr} ini digunakan untuk variasi panjang kolom yang berbeda, seperti yang diperlihatkan pada Tabel 3.

Dari kelima jenis panjang batang yang dihitung beban kritisnya, dapat dilihat bahwa semakin pendek batang yang digunakan sebagai kolom kontinu maka semakin besar pula beban yang mampu ditahan oleh batang tersebut. Batang yang pendek akan membutuhkan gaya atau beban yang

besar sampai terjadinya kegagalan *buckling*. Jika gaya melewati beban luluh dari kolom $P_y = \sigma_y \times A = 250 \text{ N/mm}^2 \times 100 \text{ mm}^2 = 25000 \text{ N}$, maka kegagalan yang terjadi akan disebabkan oleh peluluhan kolom kontinu tersebut.

Variasi panjang bentangan sangat mempengaruhi beban yang mampu ditahan oleh kolom kontinu. Dari penghitungan analitik yang dilakukan, *buckling* terjadi pada bentangan yang memiliki panjang bentangan terbesar. Sebagai contoh jika kolom kontinu yang dianalisa memiliki perbandingan $L_1/L_2=1:2$, maka *buckling* terjadi

pada bentangan L_2 . Tetapi jika kolom kontinu yang dianalisa memiliki perbandingan $L_1/L_2=2:1$, maka *buckling* terjadi pada bentangan L_1 . Panjang bentangan 1:2 dan 2:1 cenderung memiliki nilai beban kritis yang sama. Hal yang sama juga untuk panjang bentangan 1:3 dan 3:1 serta 1:1.5 dan 1.5:1.

Gambar 4 memperlihatkan hasil perbandingan beban kritis yang dihitung secara analitik untuk variasi perbandingan L_1/L_2 dan rasio kelangsingan.

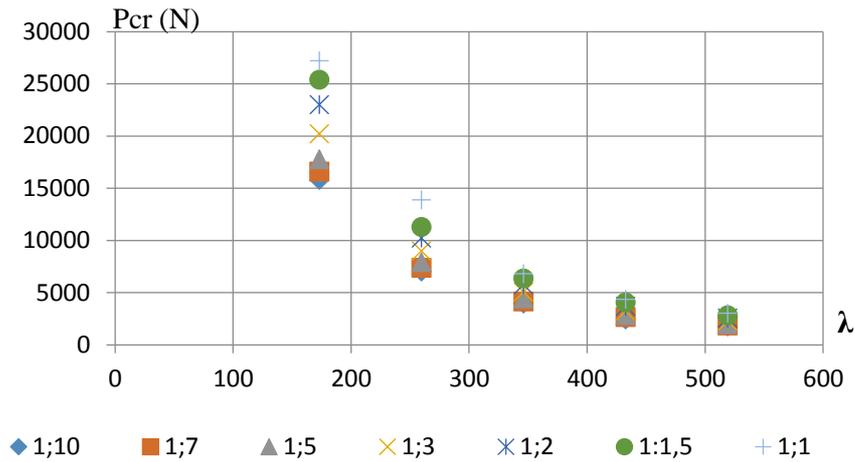
Tabel 2. Nilai P_{cr} dari penghitungan teoritik

No.	Perbandingan Panjang Bentangan (L_1/L_2)	K	$P_{cr} = K^2 \cdot EI$
1	1:10	4.35	18.92 EI/L^2
2	1:7	4.29	18.41 EI/L^2
3	1:5	4.23	17.89 EI/L^2
4	1:3	4.06	16.48 EI/L^2
5	1:2	3.85	14.82 EI/L^2
6	1:1.5	3.64	13.25 EI/L^2
7	1:1	3.14	9.86 EI/L^2
8	1.5:1	2.43	5.89 EI/L^2
9	2:1	1.93	3.72 EI/L^2
10	3:1	1.35	1.82 EI/L^2

Tabel 3. Penghitungan teoritik beban kritis untuk 5 jenis panjang kolom kontinu

No.	(L_1/L_2)	$P_{cr} \text{ (N)}$				
		$\lambda=173.01$	$\lambda=259.51$	$\lambda=346.02$	$\lambda=432.53$	$\lambda=519.03$
1	1:10	15796.62	7020.52	3949.67	2427.42	1755.12
2	1:7	16591.48	7373.99	4147.87	2654.64	1843.49
3	1:5	17775.15	7900.19	4443.89	2844.05	1975.05
4	1:3	20215.38	8984.62	5053.85	3234.46	2246.15
5	1:2	23008.42	10225.76	5751.93	3681.3	2556.44
6	1:1.5	25395.73*	11286.99	6348.93	4063.31	2821.75
7	1:1	27213.49*	13884.43	6803.37	4354.16	3023.72
8	1.5:1	25400.52*	11289.12	6350.13	4064.08	2822.28
9	2:1	23100.18	10267.16	5775.39	3696.19	2566.78
10	3:1	20092.72	8930.03	5023.18	3214.83	2232.52

Catatan : $\lambda = \frac{L}{\sqrt{I/A}}$, * = Kegagalan akibat plastisitas pada kolom kontinu



Gambar 4. Grafik perbandingan beban kritis kolom kontinu yang dihitung secara teoritik untuk variasi L_1/L_2 dan rasio kelangsingan λ

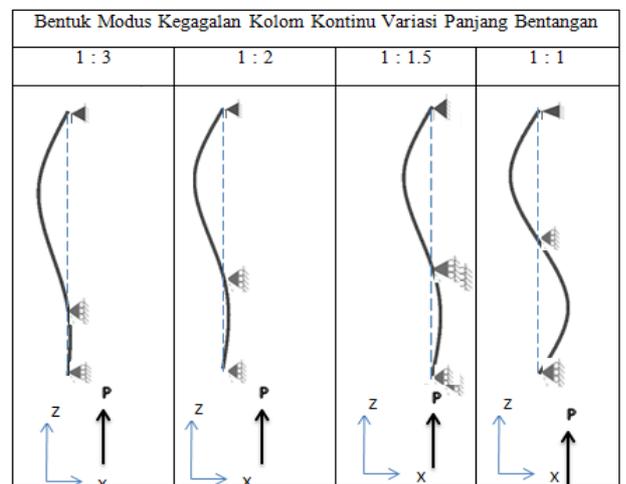
3.2. Menentukan Panjang Minimal Bentangan untuk Kegagalan Buckling

Penghitungan analitik yang dilakukan menunjukkan bahwa pada kolom kontinu dengan $L=500$ mm memiliki kegagalan karena plastisitas bukan karena *buckling*. Nilai beban kritis yang didapatkan melewati beban luluh (P_y), dimana beban luluh untuk kolom kontinu tersebut adalah 25000 N. Kolom kontinu yang gagal akibat plastisitas adalah kolom kontinu dengan panjang $L=500$ mm dengan variasi panjang bentangan $L_1/L_2=1:1.5, 1:1$ dan $1.5:1$.

Kolom kontinu dengan panjang $L=750$ mm, 1250 mm, 1500 mm mengalami kegagalan akibat *buckling* disetiap variasi panjang bentangan. Sementara untuk panjang $L=500$ mm terdapat 3 variasi panjang bentangan yang gagal akibat plastisitas. Dengan adanya kegagalan kolom kontinu akibat plastisitas pada panjang $L=500$ mm, maka panjang minimal bentangan untuk kegagalan *buckling* adalah 500 mm.

3.3. Bentuk Modus Kegagalan

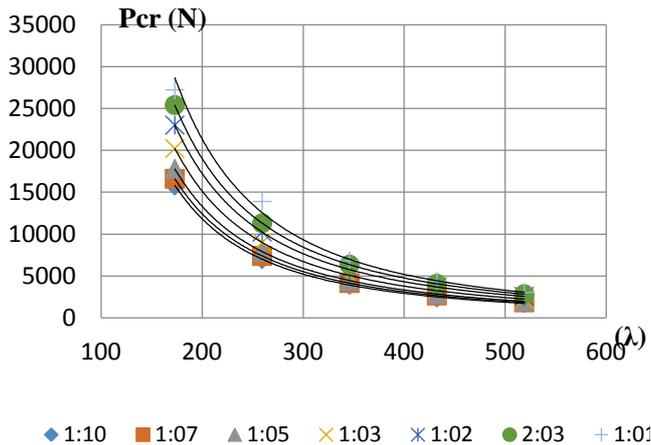
Gambar 5 memperlihatkan modus kegagalan kolom kontinu yang didapatkan dari hasil penghitungan beban kritis melalui konsep numerik berbasis metode elemen hingga. Fenomena buckling pada kolom terjadi pada bentangan yang paling panjang yang dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Grafik perbandingan beban kritis kolom kontinu yang dihitung secara analitik untuk variasi L_1/L_2 dan rasio kelangsingan

3.4. Persamaan Rekomendasi Penghitungan Beban Kritis Kolom Kontinu dengan Dua Bentangan Akibat Pembebanan Tekan Aksial

Dari penghitungan yang dilakukan, maka dapat diperoleh persamaan praktis yang dapat digunakan di lapangan untuk menghitung beban kritis kolom kontinu sebagaimana yang diberikan Gambar 6.



Gambar 6. Grafik persamaan rekomendasi penghitung beban kritis kolom kontinu dengan dua bentangan akibat pembebanan tekan aksial

Dari Gambar 6 didapatkan persamaan rekomendasi untuk menghitung beban kritis kolom kontinu dengan dua bentangan akibat pembebanan tekan aksial dengan variasi panjang bentangan.

Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:10$ diperoleh beban kritis $P_{cr}=5.136 \times 10^8 \lambda^{-2.02}$ sedangkan untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:7$ diperoleh $P_{cr}=4.965 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$.

Beban kritis untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:5$ adalah $P_{cr}=5.319 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$ sedangkan untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:3$ adalah $P_{cr}=6.050 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$.

Beban kritis untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:2$ adalah $P_{cr}=6.887 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$ sedangkan untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=2:3$ adalah $P_{cr} = 7.601 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$. Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:1$ diperoleh $P_{cr} = 1.054 \times 10^9 \lambda^{-2.04}$

4. KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh melalui makalah ini adalah:

1. Hasil penghitungan teoritik memberikan suatu persamaan beban kritis P_{cr} yang dapat digunakan untuk menghitung beban kritis buckling dengan akurat, hanya saja persamaan yang diberikan hanya berlaku untuk suatu geometri tertentu, jika dilakukan perubahan geometri, harus dilakukan kembali penurunan persamaan yang baru.
2. Untuk mengatasi permasalahan pada poin 1, suatu persamaan desain praktis diturunkan dengan menggunakan konsep regresi pada hasil-hasil penghitungan teoritik. Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:10$ adalah $P_{cr} = 5.136 \times 10^8 \lambda^{-2.02}$
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:7$ adalah $P_{cr} = 4.965 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:5$ adalah $P_{cr}=5.319 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:3$ adalah $P_{cr}=6.050 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:2$ adalah $P_{cr}=6.887 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=2:3$ adalah $P_{cr}=7.601 \times 10^8 \lambda^{-2.00}$
 - Untuk perbandingan panjang bentangan $L_1/L_2=1:1$ adalah $P_{cr}=1.054 \times 10^9 \lambda^{-2.04}$

UCAPAN TERIMA KASIH

Makalah ini merupakan salah satu luaran dari Penelitian melalui Pembiayaan Jurusan Teknik Mesin tahun 2017.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. E. Satria, S. Rizki, M. Bur, "Kaji Perbandingan Hasil Komputasi Kekuatan Kritis Struktur Kolom Baja akibat Beban Tekan Aksial dengan Standar-Standar Perancangan", Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XI, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, 2012.

- [2]. E. Satria, A. Putra, M. Bur, "Analisa Numerik Kekuatan Buckling Struktur Kolom Bertingkat Dua Segmen dengan Beban Aksial Berbeda pada Setiap Segmen", Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XII, Universitas Lampung, Bandar Lampung, 2013.
- [3]. E. Satria, F. Kurnia, J. Malta, M. Bur, "Penghitungan Numerik Kekuatan Buckling Struktur Kolom Taper Akibat Beban Tekan Aksial Berbasis Metode Beda Hingga", Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XIV, Universitas Lampung Mangkurat, Banjarmasin, 2015.
- [4] W.F. Chen, *Structural Stability*, New York: Elsevier, 1987.
- [5] S. Chapra, R. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, Singapore: McGraw-Hill, 1998.

NOMENKLATUR

E	Modulus elastisitas (MPa)
I	Momen inersia (mm ⁴)
P	Beban aksial (N)
P _{cr}	Beban kritis kolom (N)
L	Panjang kolom total (mm)
L ₁	Panjang bentangan 1 (mm)
L ₂	Panjang bentangan 2 (mm)
y	Lendutan kolom dalam arah lateral (mm)
y ₁	Lendutan bentangan 1 (mm)
y ₁	Lendutan bentangan 1 (mm)
y'	Turunan pertama fungsi y
y''	Turunan kedua fungsi y
λ	Rasio kelangsingan
A	Luas penampang (mm ²)
σ _y	Tegangan luluh (MPa)
A	Luas penampang kolom (mm ²)