



Terbit *online* pada laman web jurnal : <http://metal.ft.unand.ac.id>

## METAL: Jurnal Sistem Mekanik dan Termal

| ISSN (Print) 2598-1137 | ISSN (Online) 2597-4483 |



Artikel Penelitian

# Sintesis Dimensi Manipulator Paralel Bidang Dua Derajat Kebebasan Dengan Rantai Kinematik Paralelogram Simetris

Adriyan

Program Studi Teknik Mesin, Sekolah Tinggi Teknologi Nasional, Jl. Lintas Timur RT. 15, Mendalo Darat, Jambi Luar Kota, Muaro Jambi, Jambi, 36363, Indonesia

### INFORMASI ARTIKEL

*Sejarah Artikel:*

Diterima Redaksi: 3 Mei 2021

Revisi Akhir: 2 Oktober 2021

Diterbitkan *Online*: 21 Oktober 2021

### KATA KUNCI

Sintesis dimensi

*Global conditioning index*

*Global transmission index*

Optimasi *multi-objective*

NSGA-II

### KORESPONDENSI

E-mail: [adriyan0686@gmail.com](mailto:adriyan0686@gmail.com)

### A B S T R A C T

The paper discussed the process to find the optimum dimension for the kinematic constants of a two-degree of freedom planar parallel manipulator. This manipulator itself was constructed by symmetric three parallelogram chains. An optimization process using non-sorted dominated genetic algorithm II (NSGA-II) was carried out for maximization of (i)  $r_{MIC}$  (the radius of the maximum inscribed circle) and GCI (global conditioning index), and (ii)  $r_{MIC}$  and GTI (global transmission index). Here, GCI and GTI were evaluated on the useful workspace. Instead of using atlases of performance indices, a grid search evaluation was applied to obtain a region in PDS near the optimum values for both maximization cases. This region gave a small bound for NSGA-II to start searching the optimum values of the kinematic constants. For simplification, a python framework for the multi-objective optimization called pymoo was applied to solve the optimization problem. Henceforth, the maximization for two cases yielded an insignificant difference of results in terms of optimum kinematic constants,  $r_{MIC}$ , GCI, GTI, area of useful workspace, area of good condition workspace (GCW), area of good transmission workspace (GTW), and the area ratio of GCW and GTW to the useful workspace.

## 1. PENDAHULUAN

Sintesis dimensi merupakan suatu usaha untuk menentukan dimensi batang-batang pada setiap *limb*, jejari *base* dan jejari *platform* suatu manipulator paralel yang bernilai optimum. Sintesis dimensi dikenal juga nama atau optimasi parameter geometri. Dalam beberapa literatur parameter geometri suatu manipulator disebut juga dengan konstanta kinematik [1], [2]. Nilai optimum parameter geometri ini dicari berdasarkan kriteria-kriteria desain yang telah ditentukan. Kriteria-kriteria desain yang umum digunakan adalah penggunaan indeks performansi pada ukuran *workspace* yang dimiliki. Dalam hal ini, proses

optimasi dilakukan dengan memaksimalkan nilai indeks performansi terhadap ukuran luas/volume *workspace*.

Untuk itu, index performansi yang umum digunakan pada manipulator paralel dapat dikategorikan atas dua jenis. Indeks performansi jenis pertama adalah indeks berbasis matriks Jacobian manipulator [3], [4] dan yang kedua yaitu indeks berbasis transmisibilitas gerakan/gaya [5], [6]. Indeks performansi berbasis matriks Jacobian ini diantaranya adalah *dexterity index* [7]; *conditioning index* [3], [4]; *velocity index* [8]; *payload index* [9]; dan *stiffness index*. Indeks-indeks ini memiliki nilai yang dapat dievaluasi secara lokal

dan global pada *workspace*-nya. Sementara itu, indeks performansi yang berbasis transmisibilitas gerakan/gaya terdiri atas *input transmission index*, *output transmission index*, dan *transmission index*. Hanya *transmission index* yang memiliki nilai yang dapat diketahui secara lokal dan global, sedangkan dua indeks yang pertama dievaluasi secara lokal.

Liu, dkk [10] mengajukan sebuah metode dengan nama *performance chart-based design methodology* (PCbDM) sebagai metodologi umum untuk optimasi dimensi manipulator paralel melalui penerapan satu atau beberapa indeks performansi. Setiap indeks performansi atau metrik lainnya (seperti ukuran *workspace*) yang digunakan sebagai fungsi objektif akan dibuatkan atlasnya terlebih dahulu. Atlas ini dihasilkan melalui evaluasi indeks performansi untuk rentang nilai konstanta kinematik nondimensi – yang disebut dengan *parametric design space* (PDS) – suatu manipulator paralel. Rentang nilai konstanta kinematik nondimensi atau PDS ini diperoleh dari penerapan *parameter finiteness normalization method* (PFNM). Dengan demikian, atlas ini dapat digunakan sebagai rujukan dalam pemilihan batasan rentang konstanta kinematik yang lebih mendekati zona optimum di PDS-nya.

Selanjutnya, PCbDM ini diterapkan untuk optimasi dimensi manipulator paralel bidang 5R [9], [11] dan manipulator paralel bidang 2 derajat kebebasan dengan 3 rantai paralelogram [12]. Sintesis dimensi manipulator paralel bidang 5R yang disajikan melalui artikel bersangkutan dibahas untuk wilayah IV pada PDS-nya dengan konfigurasi batang *up-up* di masing-masing *limb*-nya [11], [13]. Kemudian, algoritma optimasi diterapkan untuk mencari konstanta kinematik optimum di wilayah IV ini berdasarkan atlas setiap fungsi objektifnya.

Dalam penerapannya, pemilihan algoritma-algoritma optimasi ini bergantung pada fungsi-fungsi objektif yang ditetapkan. Untuk proses optimasi banyak objektif (*multi-objective*), penerapan algoritma berbasis Pareto dapat menjadi pilihan utama. Tentunya, algoritma optimasi berbasis Pareto dapat mengkompromikan nilai

optimum fungsi-fungsi objektif di bagian terdepan *objective space*-nya [14].

Untuk itu, *non-sorted dominated genetic algorithm* II (NSGA-II) dapat digunakan untuk optimasi fungsi-fungsi objektif ini. NSGA II merupakan peningkatan NSGA, dalam hal (i) pengurangan kompleksitas komputasi, (ii) digunakannya elitis dalam mempercepat proses optimasi, dan (iii) adanya parameter *sharing* agar populasi menjadi beragam di dalam *design space*-nya [15]. Algoritma NSGA-II ini telah cukup sukses diterapkan untuk optimasi *bi-objective* dalam menentukan dimensi optimum manipulator paralel 6 DoF [16], manipulator paralel sferis 3-RRR [17]. Sementara itu, Lara-molina, dkk [18] menerapkan NSGA-II dalam proses optimasi *tri-objective* untuk memperoleh dimensi optimum manipulator paralel planar 5R dengan kondisi sambungan fleksibel.

Tulisan dalam artikel ini akan menyajikan proses optimasi manipulator paralel bidang dua derajat kebebasan dengan rantai paralelogram simetris (MPB2dRPS). MPB2dRPS ini merupakan hasil penggabungan dua buah manipulator paralel bidang 2 derajat kebebasan dengan 3 rantai paralelogram seperti yang telah dibahas kinematika dan singularitasnya di [19]. Proses optimasi MPB2dRPS dilakukan dengan menggunakan rantai kinematik ekuivalen 5R yang memiliki konfigurasi batang *up-down* di masing-masing *limb*-nya. Melalui penerapan PFNM akan diperoleh konstanta kinematik untuk manipulator ekuivalen berada di wilayah I di PDS-nya. Akan tetapi, *useful workspace*-nya sendiri akan berbeda dengan yang telah dipresentasikan dalam [11], [13].

Kemudian, fungsi-fungsi objektif yang akan dikompromikan nilai optimumnya yaitu (i) radius *maximum inscribed circle* ( $r_{MIC}$ ) dan *global conditioning index* (GCI), (ii)  $r_{MIC}$  dan *global transmission index* (GTI). Penerapan PCbDM akan memerlukan atlas untuk fungsi-fungsi objektif terkait dalam menentukan batasan konstanta kinematiknya. Akan tetapi, evaluasi fungsi-fungsi objektif secara *grid search* dapat digunakan untuk pemilihan rentang konstanta kinematik di PDS-nya dalam proses optimasi dengan NSGA-II.

Penggunaan *grid search* ini merupakan alternatif dari penerapan atlas-atlas indeks performansi. Hal ini dilakukan karena dapat digabungkan dalam pemrogramannya tanpa harus menginspeksi secara visual melalui atlas-atlasnya. Untuk itu, proses optimasi dapat dengan mudah dilakukan dengan memanfaatkan bahasa pemrograman python. Pustaka NumPy [20] dan pymoo [21] digunakan secara intensif yang masing-masingnya merupakan pustaka pengolah *array* numerik dan optimasi *multi-objective* di python.

## 2. METODOLOGI

### 2.1. Manipulator Paralel Bidang 2 DoF dengan Rantai Paralelogram Simetris (MPB2dRPS)

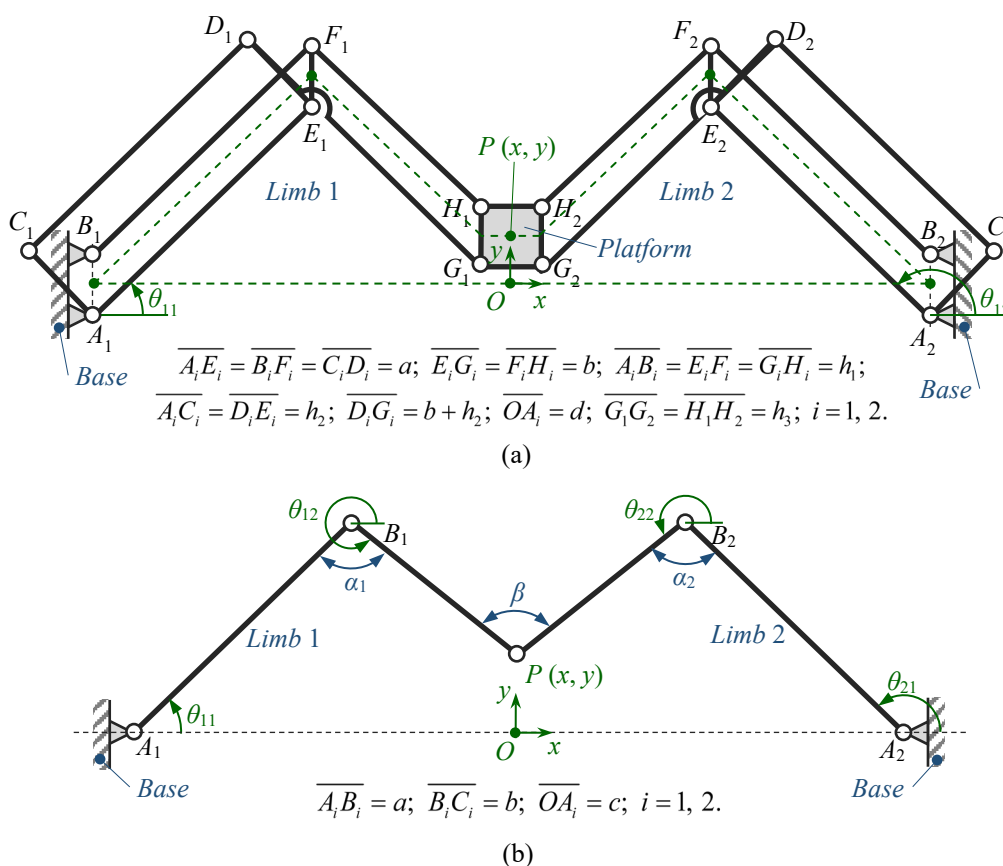
Manipulator paralel bidang yang dibahas dalam artikel ini disusun oleh 3 buah rantai paralelogram pada masing-masing kedua *limb*-nya secara simetris (2-IIIII) pada Gambar 1 (a) [19]. Rantai kinematik

paralelogram digerakkan oleh aktuator jenis rotari yang dihubungkan pada batang  $A_1E_1$  dan  $A_2E_2$ . Dengan demikian, *platform* manipulator ini menghasilkan gerak translasi murni di bidang, yaitu  $T_x$  dan  $T_y$ .

Representasi rantai kinematik manipulator paralel bidang ini yang ditunjukkan oleh Gambar 1 (a) dapat disederhanakan atau diekivalenkan ke manipulator dengan rantai 5R, Gambar 1 (b). Penyederhanaan ini terletak pada pengurangan jarak antara dua sambungan revolusi pada *base* manipulator dan dimensi *platform* manipulator yang searah sumbu  $x$ , yaitu  $c = d - h_3/2$ . Nilai  $c = d$  dapat diperoleh jika sambungan  $H_1$  dan  $G_1$  masing-masingnya bersatu dengan  $H_2$  dan  $G_2$ .

### 2.2. Indeks Performansi

Indeks performansi yang digunakan sebagai fungsi objektif dalam proses optimasi dimensi MPB2dRPS yaitu indeks *conditioning* dan indeks transmisi.



Gambar 1. (a) MPB2dRPS 2-IIIII dan (b) ekivalensi MPB2dRPS 2-IIIII ke rantai kinematik 5R [19].

### 2.2.1. Conditioning Indices

*Conditioning indices* yang dimaksud adalah *local conditioning index* (LCI) dan *global conditioning index* (GCI). LCI merupakan invers dari bilangan kondisi (*condition number*) yang ditentukan berdasarkan Jacobian manipulator paralel,  $\mathbf{J}$ , di dalam area *workspace*-nya [3]. Secara matematis, LCI didefinisikan sebagai

$$LCI = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\|\mathbf{J}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{J}\|}, \quad (1)$$

dengan  $\kappa$  merupakan bilangan kondisi yang berguna dalam mengevaluasi *dexterity* manipulator, dan  $\|\dots\|$  adalah norm Euclidean suatu matriks. LCI ini memiliki nilai dari 0 hingga 1.

*Global conditioning index* (GCI) merupakan indeks tunggal yang digunakan untuk menentukan karakteristik manipulator secara global atau keseluruhan di dalam *workspace*-nya. Penggunaan GCI sebagai indeks tunggal ini disebabkan oleh LCI yang bersifat lokal dan terdistribusi dari 0 hingga 1 di dalam *workspace* manipulator. Dengan demikian, GCI dapat ditentukan melalui

$$GCI = \frac{1}{W} \int_W \left( \frac{1}{\kappa} \right) dW, \quad (2)$$

dengan  $W$  adalah *workspace* dari manipulator [4].

### 2.2.2. Transmission Indices

Fungsi mendasar suatu mekanisme atau manipulator adalah kemampuan mentransmisikan gerakan/gaya dari batang input ke batang output [11]. Performansi dari kemampuan manipulator dalam mentransmisikan gerakan/gaya ini dapat ditentukan melalui penerapan *transmission index*. Seperti halnya dengan *conditioning indices*, *transmission indices* yang dimaksud adalah *local transmission index* (LTI) dan *global transmission index* (GTI).

LTI dapat ditentukan berdasarkan nilai minimum

$$LTI = \min(\{\xi_i\}, \{\chi_i\}), \quad (3)$$

dengan  $\{\xi_i\}$  dan  $\{\chi_i\}$  masing-masingnya merupakan satu set *input transmission index* (ITI) dan satu set *output transmission index* (OTI) untuk keseluruhan limb yang dimiliki oleh manipulator. Liu, dkk [5], [11], [22] telah menurunkan ITI dan OTI untuk manipulator paralel dengan rantai 5R yang mana dapat diterapkan untuk MPB2dRPS ekivalen, Gambar 1 (b). Untuk MPB2dRPS ekivalen, ITI dan OTI untuk kedua limb dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} ITI_i &= \xi_i = \sin \alpha_i, \\ OTI_i &= \chi_i = \sin \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

Akhirnya, GTI dapat ditentukan dengan cara yang sama dalam menghitung GCI, yaitu dengan mengganti integran pada pembilang di ruas kanan persamaan (2) dengan LTI.

### 2.3. Workspace MPB2dRPS

Dengan mengacu pada kedua Jacobian, Jacobian kinematika invers dan *forward*, dapat ditentukan *locus* singularitas yang dimiliki oleh MPB2dRPS ini. *Locus* singularitas kinematika invers yang ditentukan dari kondisi  $|\mathbf{J}_q| = 0$  dan terdapat pada batas (*boundary*) *workspace*. Di samping itu, *locus* singularitas ini dapat dengan mudah ditentukan berdasarkan dua lingkaran dengan pusat di  $A_i$  ketika salah satu atau kedua *limb* dalam kondisi merentang (*fully extended*) atau titik  $A_i$ ,  $B_i$ , dan  $P$  segaris. Area yang berada di dalam dan dibatasi oleh *locus* singularitas kinematika invers ini merupakan *workspace* teoritis ( $W_T$ ) MPDdRPS.

Sementara itu, *locus* singularitas kinematika *forward* berada di dalam *workspace* teoritis ini yang dapat ditentukan dari terpenuhinya kondisi  $|\mathbf{J}_x| = 0$ . Tentunya, hal ini akan membagi *workspace* teoritis menjadi beberapa bagian. Bagian tertentu dari *workspace* ini akan menjadi *useful workspace* ( $W_U$ ). Mengacu pada pernyataan oleh Liu dan Wang [7] bahwa indikasi besar atau kecilnya *useful workspace* ini dapat ditentukan dengan menggunakan terminologi *radius of maximum inscribed circle* atau radius MIC ( $r_{MIC}$ ). Radius MIC

merupakan jejari lingkaran terbesar yang mampu ditampung di dalam *useful workspace*. Dengan demikian, MIC merupakan lingkaran yang diperoleh dari titik singgung dengan dua lingkaran yang membatasi *workspace* teoritis.

Berdasarkan dua indeks performansi yang digunakan dapat ditentukan *good performance workspace* MPB2dRPS ini. *Good performance workspace* merupakan *workspace* yang dibatasi oleh ambang batas nilai indeks performansi yang telah disebutkan. Untuk *good condition workspace* (GCW) dapat diperoleh dengan membatasi *useful workspace* dengan besar LCI sama atau lebih besar dari nilai ambang batas LCI. Untuk manipulator paralel 5R,  $LCI \geq 0.5$  merupakan nilai ambang batas nilai LCI yang umumnya digunakan untuk mengekstrak *useful workspace* [2].

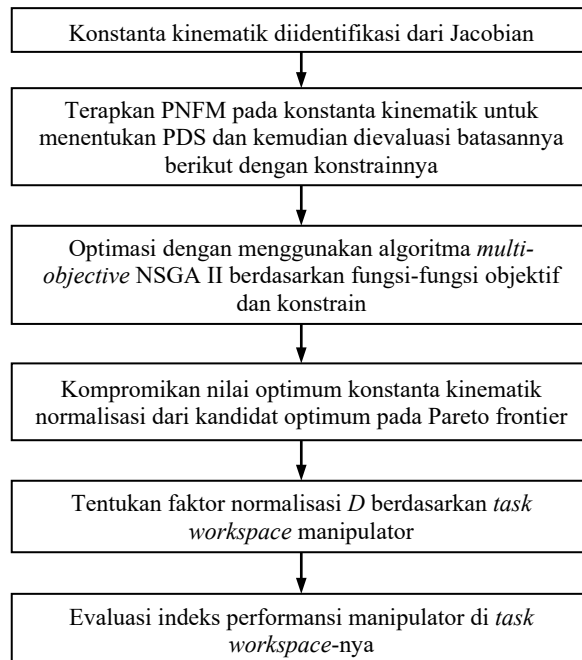
Hal yang sama juga berlaku pada *good transmission workspace* (GTW). Nilai ambang batas LTI yang digunakan untuk mengkategorikan bagian *useful workspace* sebagai GTW adalah  $LTI \geq 0.7$  [6]. Penggunaan nilai ambang batas 0.7 didasari pada sudut transmisi (*transmission angle*) dalam rentang  $45^\circ - 135^\circ$  yang dikategorikan sangat baik dalam mentransmisikan gerakan/gaya.

#### 2.4. Optimasi Konstanta Kinematika MPB2dRPS

Langkah-langkah optimasi konstanta kinematik atau parameter geometri MPB2dRPS melalui mekanisme ekuivalennya dilaksanakan dengan urutan langkah seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 2. Langkah pertama proses optimasi ini dilakukan dengan mengidentifikasi konstanta-konstanta kinematik dari Jacobian MPB2dRPS ekuivalen. Konstanta-konstanta kinematik ini kemudian dinormalisasi dengan suatu parameter normalisasi  $D$  melalui *parameter finiteness normalization method* (PNFM).

Selanjutnya, PDS dapat ditentukan wilayahnya dan dievaluasi batasannya termasuk konstrain yang dimiliki. Batasan rentang nilai konstanta kinematik di dalam PDS-nya untuk proses optimasi ditentukan dengan menggunakan hasil irisan evaluasi masing-

masing fungsi-fungsi objektif secara *grid search*. Tahapan ini menggantikan penggunaan dua atlas performansi indeks untuk masing-masing kasus optimasi yang akan dikaji.



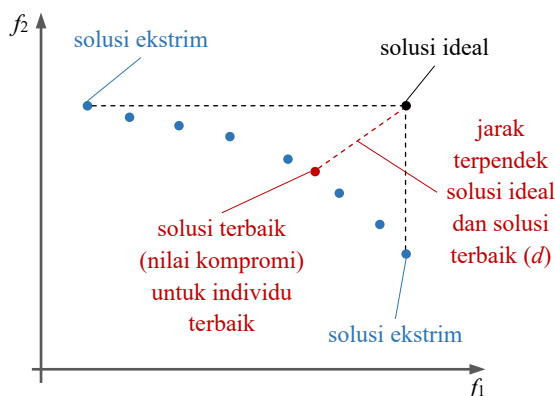
Gambar 2. Langkah-langkah optimasi konstanta kinematik MPB2dRPS.

Proses optimasi dengan menggunakan algoritma *multi-objective* NSGA-II dilakukan untuk kedua kasus yang telah disebutkan yang tergolong ke dalam optimasi *bi-objective*. Kedua fungsi objektif yang masing-masingnya digunakan pada kedua kasus ditujukan untuk memaksimalkan  $r_{MIC}$  dan GCI, serta memaksimalkan  $r_{MIC}$  dan GTI. Algoritma NSGA-II bekerja dengan menginisialisasi populasi awal induk (*parent*),  $P_0$ , terlebih dahulu secara acak. Populasi awal induk dibentuk dari sejumlah individu atau kromosom, misalnya sejumlah  $n$ , dengan setiap individu pada artikel ini merupakan pasangan nilai konstanta kinematik PNFM di PDS.

Tahap berikutnya yaitu setiap individu di dalam populasi awal akan dievaluasi berdasarkan fungsi-fungsi objektif dan fungsi-fungsi konstrain yang telah didefinisikan. Populasi yang telah dievaluasi akan diurutkan berdasarkan peringkat (*rank*) nilai objektifnya ke dalam beberapa tingkatan *non-domination*-nya. Tahapan berikutnya merupakan penerapan *selection*, *recombination* atau *crossover*,

dan *mutation* untuk membentuk individu-individu baru yang dikenal dengan turunan (*offspring*),  $Q_0$ .

Untuk setiap generasi, misalnya generasi ke- $j$ , dilakukan dengan menerapkan tahapan-tahapan yang dideskripsikan selanjutnya. Populasi  $P_j$  dan  $Q_j$  digabungkan menjadi  $R_j$  untuk menjamin adanya *elitis* [15]. Setiap individu pada  $R_j$  dievaluasi dan diurutkan kembali dengan mengacu tingkatan *non-domination*-nya. Populasi induk baru  $P_{j+1}$  dengan jumlah individu yang sama dengan  $P_0$  dibentuk dari individu-individu yang sesuai dengan tingkatan *non-domination* melalui pengurutan menggunakan operator *crowded comparison*. Operator ini bekerja berdasarkan nilai *rank* dan *crowding distance* setiap individu di dalam populasi. Akhirnya, populasi turunan baru  $Q_{j+1}$  diperoleh dengan menerapkan *selection*, *crossover*, dan *mutation* pada populasi induk  $P_{j+1}$ .



Gambar 3. Penentuan individu terbaik melalui nilai kompromi dua nilai fungsi objektif.

Proses terminasi NSGA-II dapat ditempuh dengan menggunakan jumlah generasi tertentu atau besarnya galat pada fungsi objektif jika sudah lebih kecil dari galat yang telah ditetapkan. Hasil dari proses optimasi dengan NSGA-II ini berupa populasi akhir sejumlah  $n$  individu yang merupakan solusi (Pareto-set dari nilai-nilai fungsi objektif) pada Pareto-front. Penentuan individu terbaik dapat dilakukan dengan mencari nilai kompromi terbaik berdasarkan solusi ini. Proses penentuan nilai kompromi untuk dua fungsi objektif ini diilustrasikan melalui Gambar 3. Ketika rentang kedua nilai fungsi objektif berbeda secara signifikan maka nilai-nilai fungsi objektif distandardisasikan

terlebih dahulu sebelum menentukan nilai yang dikompromikan.

Jarak terpendek solusi terbaik dari solusi ideal,  $d$ , ditentukan dari jarak Euclid minimum setiap solusi di Pareto front, yaitu

$$d = \min \left( \sqrt{\sum_j \left( \tilde{f}_{ij} - \max(\tilde{f}_{ij}) \right)^2} \right), \quad (5)$$

dengan

$$\tilde{f}_{ij} = \frac{f_{ij} - \mu_i}{\sigma_i}. \quad (6)$$

$f_{ij}$  dan  $\tilde{f}_{ij}$  masing-masingnya menyatakan nilai fungsi objektif ke- $i$  di Pareto set ke- $j$  dan standardisasinya. Sedangkan,  $\mu_i$  dan  $\sigma_i$  masing-masingnya merupakan nilai rerata dan standar deviasi fungsi objektif ke- $i$ . Sementara itu, solusi ideal merupakan titik temu antara solusi-solusi ekstrem yang telah diperoleh seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 3 di Pareto front-nya. Akhirnya, dua langkah terakhir yang dinyatakan pada Gambar 2 dapat dilakukan untuk luas *useful workspace* yang ditetapkan besarnya.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1. Analisis Kinematik MPB2dRPS

Berdasarkan geometri MPB2dRPS pada Gambar 1 (b) dapat dinyatakan hubungan posisi titik  $P(x, y)$  manipulator terhadap kerangka acuan tetap  $OXY$ . Secara matematis hubungan ini dinyatakan dengan

$$\overline{OP} = \overline{OA_i} + \overline{A_iB_i} + \overline{B_iP}, \quad (7)$$

untuk  $i = 1, 2$ .  $\overline{OP}$ ,  $\overline{OA_i}$ ,  $\overline{A_iB_i}$ , dan  $\overline{B_iP}$  merupakan vektor posisi yang masing-masingnya dinyatakan oleh  $(x \ y)^T$ ,  $((-1)^i \ c \ 0)^T$ ,  $(a \cos \theta_{i1} \ a \sin \theta_{i1})^T$ , dan  $(b \cos \theta_{i2} \ b \sin \theta_{i2})^T$ .  $\theta_{i2}$  merupakan sambungan pasif dan akan dieliminasi dari persamaan (7).

Dengan menuliskan ulang persamaan (7) sebagai

$$\overline{OP} - \overline{OA_i} - \overline{A_i B_i} = \overline{B_i P}, \quad (8)$$

dan kemudian ditarik perkalian titik (*dot product*) di masing-masing ruas persamaan (8) diperoleh

$$(x_i - a \cos \theta_{i1})^2 + (y - a \sin \theta_{i1})^2 = b^2, \quad (9)$$

dengan  $x_i = x - (-1)^i c$ . Persamaan (9) dapat disederhanakan menjadi

$$x_i \cos \theta_{i1} + y \sin \theta_{i1} = K_i, \quad (10)$$

dengan  $K_i = (x_i^2 + y^2 + a^2 - b^2)/(2a)$ .

Pemanfaatan hubungan tangen setengah sudut (*tangent of half angle*) akan menghasilkan besar sudut sambungan aktif  $\theta_{i1}$  untuk nilai  $x$  dan  $y$  yang diketahui sebagai jawab persoalan kinematika invers, yaitu

$$\theta_{i1} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{y + \mu \sqrt{x_i^2 + y^2 - K_i^2}}{x_i + K_i} \right). \quad (11)$$

$\mu$  pada persamaan (11) adalah indeks cabang (*branch index*) yang bernilai -1 dan +1. Indeks cabang ini merupakan modus-modus rakitan (*assembly modes*) manipulator yang terdiri atas empat modus yaitu (-, -), (-, +), (+, -), dan (+, +). MPB2dRPS yang ditunjukkan oleh Gambar 1 memiliki indeks cabang +1 untuk *limb* 1 dan -1 untuk *limb* 2, atau modus rakitan (+, -).

Selanjutnya, hubungan antara kecepatan sudut sambungan aktif dan kecepatan *platform* dapat ditentukan dengan menarik turunan pertama persamaan (9) atau (10) terhadap waktu dan menyusunnya kembali menjadi

$$a(y \cos \theta_{i1} - x_i \sin \theta_{i1}) \dot{\theta}_{i1} = (x_i - a \cos \theta_{i1}) \dot{x} + (y - a \sin \theta_{i1}) \dot{y}, \quad (12)$$

untuk  $i = 1, 2$ . Persamaan (12) dapat dinyatakan ke dalam bentuk yang lebih kompak yaitu

$$\mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}}, \quad (13)$$

dengan  $\dot{\mathbf{q}}$  merupakan vektor kecepatan sudut sambungan aktif  $(\dot{\theta}_{11} \ \dot{\theta}_{21})^T$ ,  $\dot{\mathbf{x}}$  adalah vektor kecepatan *platform*  $(\dot{x} \ \dot{y})^T$ ,  $\mathbf{J}_q$  merupakan Jacobian kinematika invers

$$\mathbf{J}_q = a \begin{bmatrix} y \cos \theta_{11} - x \sin \theta_{11} & 0 \\ 0 & y \cos \theta_{21} - x \sin \theta_{21} \end{bmatrix},$$

dan  $\mathbf{J}_x$  sebagai Jacobian kinematika *forward*

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} x_1 - a \cos \theta_{11} & y - a \sin \theta_{11} \\ x_2 - a \cos \theta_{21} & y - a \sin \theta_{21} \end{bmatrix}.$$

### 3.2. Workspace Teoritis, Useful Workspace, dan Radius MIC MPB2dRPS

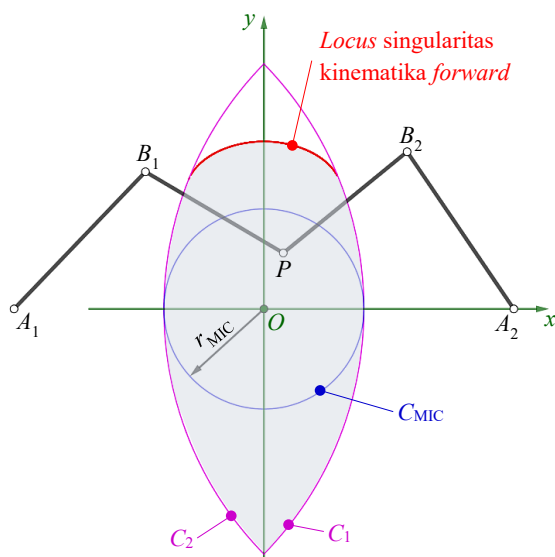
Penentuan *workspace* teoritis MPB2dRPS dapat dilakukan dengan menggambarkan dua lingkaran yang berpusat di  $A_i$  ketika salah satu atau kedua *limb* dalam kondisi merentang titik  $A_i$ ,  $B_i$ , dan  $P$  segaris. Titik perpotongan kedua lingkaran terjadi jika kedua *limb* dalam kondisi merentang. Persamaan kedua lingkaran,  $C_1$  dan  $C_2$ , yang menjadi batas untuk *workspace* teoritis ini atau *locus* kinematika invers dinyatakan secara matematis oleh

$$C_i: [x + (-1)^i c]^2 + y^2 = [a + b]^2, \quad (14)$$

dengan  $i = 1, 2$ . *Workspace* teoritis yang dibatasi oleh dua lingkaran pada persamaan (14) adalah simetris terhadap sumbu  $y$ , seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 4. Dengan demikian, luas *workspace* teoritis,  $A_{TW}$ , ini dapat ditentukan melalui

$$A_{TW} = 2 \left[ \eta (a + b)^2 - c \sqrt{(a + b)^2 - c^2} \right], \quad (15)$$

dengan  $\eta = \cos^{-1} [c/(a + b)]$  dalam radian.



Gambar 4. *Workspace* teoritis, *useful workspace*, dan radius MIW untuk MPB2dRPS.

Selanjutnya, *locus* singularitas kinematika *forward* di dalam *workspace* teoritis ditentukan dengan mengevaluasi determinan  $\mathbf{J}_x$  yang bernilai nol. Secara geometri, kondisi ini dapat dengan mudah ditentukan sebagai tempat kedudukan posisi titik  $P$  di dalam *workspace* teoritis ketika titik  $B_1$ ,  $P$ , dan  $B_2$  segaris. Seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 4. dapat dilihat bahwa *locus* singularitas kinematika *forward* membagi dua area *workspace* teoritis. Area di bagian bawah *locus* singularitas kinematika *forward* lah yang menjadi *useful workspace* untuk MPB2dRPS ini dengan luas  $A_{UW}$ . Dengan demikian, area *useful workspace* ini tidak memiliki singularitas kinematika *forward*.

Radius MIC diperoleh di sepanjang sumbu  $x$  dengan pusat di titik  $O$ . Dengan demikian, magnitudo  $r_{MIC}$  untuk MPB2dRPS ini dapat ditentukan secara matematis dengan merelasi ke dimensi manipulator ini sendiri yaitu

$$r_{MIC} = a + b - c, \quad (16)$$

dan persamaan lingkarannya  $C_{MIC}$ :  $x^2 + y^2 = r_{MIC}^2$ . Luas MIC disebut dengan nama *maximum inscribed workspace* (MIW) yang besarnya  $A_{MIW} = \pi r_{MIC}^2$ . Selanjutnya,  $r_{MIC}$  dapat dijadikan sebagai fungsi objektif dalam proses optimasi nantinya. Penggunaan  $r_{MIC}$  sebagai fungsi objektif disebabkan

oleh kemampuannya untuk mendeskripsikan area kerja manipulator yang cukup lebar di antara jarak dua *base*-nya yaitu jarak  $A_1$  ke  $A_2$ . Meskipun  $r_{MIC}$  tidak dapat menunjukkan luas *useful workspace* yang sesungguhnya.

### 3.3. Sintesis Dimensi MPB2dRPS

Proses optimasi dimensi MPB2dRPS berdasarkan tiga parameter geometri yang mengkonstruksi manipulator bersangkutan yang dapat ditentukan dari Jacobiannya. Ketiga parameter ini adalah panjang batang  $A_i B_i$ , panjang batang  $B_i P$ , dan jarak  $O A_i$  yang masing-masingnya yaitu  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ . Dengan menyatakan ketiga parameter geometri ini ke dalam bentuk tak berdimensi melalui normalisasi PFNM yaitu

$$\frac{a + b + c}{3} = D, \quad (17)$$

dengan  $D$  merupakan faktor normalisasi untuk ketiga parameter geometri  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ . Dengan demikian, persamaan (15) dapat ditulis ulang dalam bentuk parameter tak berdimensi, yaitu

$$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = 3, \quad (18)$$

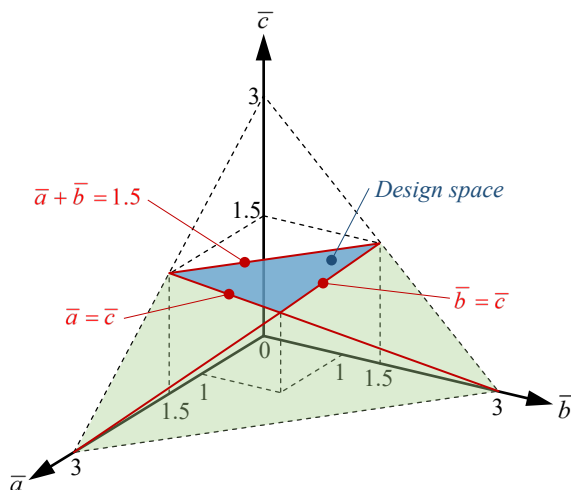
dengan  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ , dan  $\bar{c}$  masing-masingnya adalah  $a/D$ ,  $b/D$ , dan  $c/D$ .

Batasan nilai parameter normalisasi  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ , dan  $\bar{c}$  untuk MPB2dRPS ekivalen ini dapat ditentukan dengan investigasi secara geometris seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 5. Pada tahap awal diketahui bahwa masing-masing dari ketiga parameter normalisasi ini dapat bernilai dari 0 hingga 3. Rentang nilai ketiga parameter normalisasi ini selanjutnya disebut dengan PDS. Meskipun ketiganya memiliki rentang nilai dari 0 hingga 3 namun persamaan (18) harus dipenuhi, sehingga persamaan (18) merupakan sebuah bidang berbentuk segitiga di dalam kubus PDS.

Tidak seluruh nilai pada bidang segitiga PDS layak digunakan untuk mengkonstruksi geometri manipulator 5R secara umum. Parameter



normalisasi  $\bar{a}$  dan  $\bar{b}$  tidak boleh nol serta  $\bar{a} + \bar{b} \geq \bar{c}$ . Jika ketika parameter normalisasi ini melanggar konstrain yang diberikan, maka manipulator 5R tidak dapat dikonstruksi. Dengan demikian, PDS untuk kondisi ini ditunjukkan dalam Gambar 5 oleh trapesium dengan titik sudut di (3, 0, 0); (1.5, 0, 1.5); (0, 1.5, 1.5); dan (0, 3, 0).



Gambar 5. *Design space* yang layak untuk ketiga parameter yang telah dinormalisasi

Sementara itu, khusus untuk MPB2dRPS ekivalen dapat dievaluasi PDS yang layak. PDS yang layak merupakan area yang berada di dalam dan dibatasi oleh garis  $\bar{a} = \bar{c}$ ,  $\bar{b} = \bar{c}$ , dan  $\bar{a} + \bar{b} = 1.5$ . Area ini merupakan segitiga dengan titik sudut di (1.5, 0, 1.5); (0, 1.5, 1.5); dan (1, 1, 1). Akhirnya, batasan ketiga parameter normalisasi sebagai PDS MPB2dRPS dapat dinyatakan dengan

$$0 < \bar{a} \leq 1.5; \quad 0 < \bar{b} \leq 1.5; \quad \text{dan} \quad 1 \leq \bar{c} \leq 1.5. \quad (19)$$

Area PDS pada persamaan (19) ini merupakan area  $I_a$  dan  $I_b$  di [11] yang termasuk luas untuk dieksplorasi oleh NSGA-II selama iterasi menuju nilai optimum.

Agar NSGA-II cepat menuju nilai optimum globalnya, evaluasi *grid search* digunakan untuk menggantikan atlas performansi indeks dalam memberikan batasan konstanta kinematik untuk optimisasi. Melalui hasil evaluasi dengan *grid search* dapat diatur rentang konstanta kinematik yang lebih kecil dibandingkan dengan persamaan

(19). Selanjutnya, proses optimasi fungsi-fungsi objektif dilakukan secara bersamaan dengan fungsi-fungsi kendala (*constraint functions*) yang mengkonstrain fungsi-fungsi objektif tersebut. Fungsi-fungsi objektif yang akan dioptimumkan pada kajian ini terdiri atas dua kasus yang masing-masingnya adalah memaksimalkan

- (i).  $r_{MIC}$  dan GCI; serta
- (ii).  $r_{MIC}$  dan GTI.

Batasan rentang konstanta kinematik untuk kedua kasus ini diambil berdasarkan irisan hasil evaluasi *grid search* setiap fungsi objektifnya dengan nilai ambang batas bawah tertentu. Dalam kajian ini akan digunakan nilai ambang batas bawah sebesar 0.5 dari nilai maksimum untuk setiap fungsi objektif di kedua kasus. Pemilihan nilai ambang batas bawah sebesar 0.5 untuk setiap fungsi objektif sudah cukup untuk mempersempit wilayah pencarian di sekitar optimumnya. Rinciannya untuk setiap kasus akan dijelaskan di masing-masing sub-bagiannya. Evaluasi *grid search* yang digunakan dalam kajian ini dilakukan dalam interval sebesar 0.005 untuk setiap konstanta kinematiknya di PDS, persamaan (19).

Sementara itu, fungsi-fungsi kendala merupakan persamaan garis yang membatasi PDS dan area *design space* itu sendiri seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 5 sebagai *in-equality constraints*-nya. Persamaan (18) digunakan sebagai fungsi kendala yang bertindak sebagai *equality constraint*. Dengan demikian, fungsi-fungsi kendala ini dinyatakan dengan

$$\begin{cases} g_1(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = 3, \\ g_2(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = \bar{a} - \bar{c} \leq 0, \\ g_3(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = \bar{b} - \bar{c} \leq 0. \end{cases} \quad (20)$$

Selanjutnya, PDS, fungsi-fungsi objektif, dan fungsi-fungsi kendala akan dijadikan input untuk algoritma optimasi *multi-objective* NSGA-II. Operator *selection*, *crossover*, dan *mutation* yang digunakan pada NSGA-II masing-masingnya yaitu *tournament selection*, *real (floating point) simulated binary crossover*, dan *real (floating*

point) *polynomial mutation*. Tabel 1 merupakan nilai-nilai parameter numerik untuk NSGA-II yang digunakan dalam proses optimasi kedua kasus.

Tabel 1. Parameter numerik NSGA-II untuk kedua kasus yang dikaji.

Parameter	Nilai
Jumlah populasi	16
Jumlah <i>offspring</i> untuk generasi berikutnya	8
Jumlah generasi	20
<i>Crossover rate</i>	0.8
<i>Mutation rate</i>	0.1

Penerapan proses optimasi dengan pustaka pymoo versi 0.4.2 ditujukan untuk meminimumkan fungsi-fungsi objektif. Dalam hal ini, fungsi-fungsi objektif yang telah dinyatakan dikalikan dengan -1. Hal yang sama juga berlaku untuk fungsi konstrain. Khusus untuk *equality constraint*  $g_1$  didefinisikan ulang ke dalam *in-equality constraint*, yaitu

$$g_1(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} - 3)^2 - \varepsilon \leq 0, \quad (21)$$

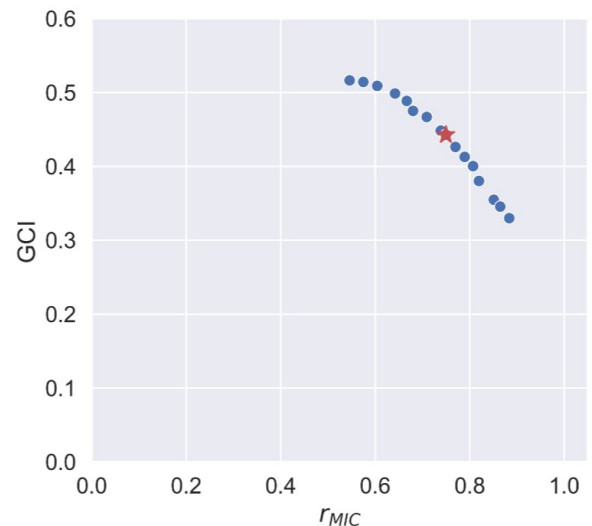
dengan  $\varepsilon$  merupakan suatu nilai positif yang cukup kecil dalam kajian ini digunakan  $10^{-5}$ .

### 3.3.1. Optimasi dengan Memaksimumkan $r_{MIC}$ dan GCI

Batasan baru untuk konstanta kinematik di PDS-nya setelah dilakukan evaluasi *grid search* pada  $r_{MIC}$  dan GCI dinyatakan oleh

$$\begin{aligned} 0.510 < \bar{a} &\leq 1.230; \\ 0.525 < \bar{b} &\leq 1.245; \text{ dan} \\ 1.035 &\leq \bar{c} \leq 1.245. \end{aligned} \quad (22)$$

Penerapan persamaan (22), (21), dan Tabel 1 untuk memaksimum  $r_{MIC}$  dan GCI dengan NSGA-II pada pustaka pymoo memberikan populasi akhir sebagai solusi di *Pareto front*. Solusi di *Pareto front* ini ditunjukkan dalam Gambar 6. Selanjutnya penghitungan solusi terbaik atau nilai kompromi kedua fungsi objektif ( $r_{MIC}$  dan GCI) menggunakan persamaan (5) dan (6) dinyatakan oleh \* dalam Gambar 6. Nilai optimum ini merupakan nilai dengan jarak Euklid terpendek dari perpotongan dua solusi ekstrim kedua fungsi objektif.



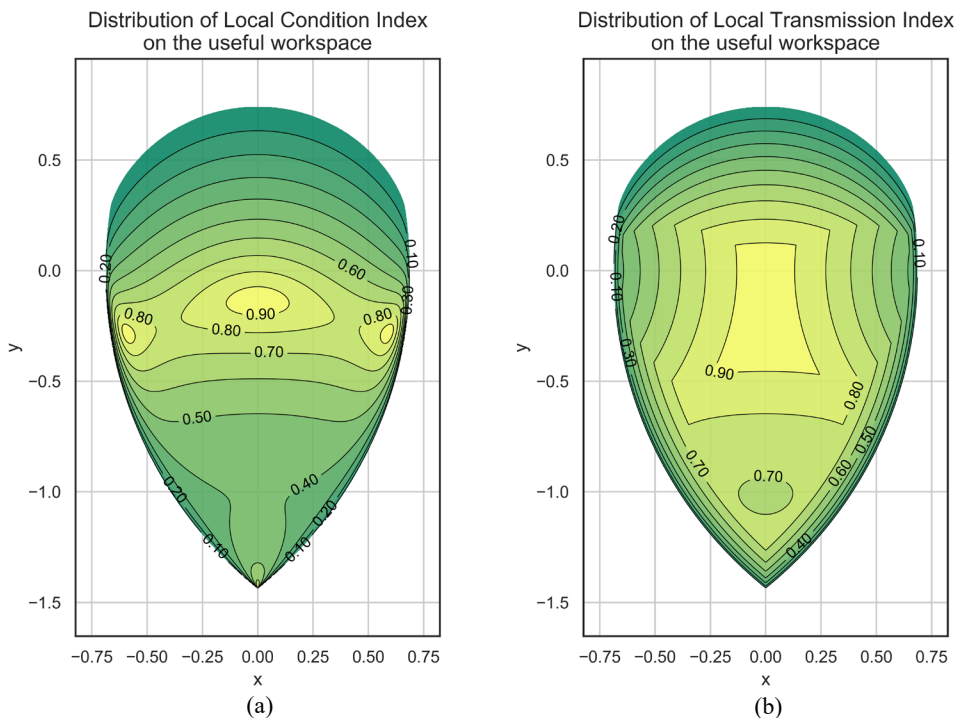
Gambar 6. Pareto front untuk memaksimumkan  $r_{MIC}$  dan GCI dengan NSGA-II

Nilai kompromi terbaik konstanta kinematik yang diperoleh melalui penerapan NSGA-II ini diberikan pada Tabel 2. Selanjutnya, nilai optimum konstanta kinematik non-dimensional pada Tabel 2 digunakan untuk memperoleh distribusi LCI dan LTI di dalam *useful workspace*-nya. Visualisasi distribusi LCI dan LTI di dalam *useful workspace* dengan luas ( $A_{UW}$ ) sebesar ditunjukkan oleh Gambar 7, dengan luas *useful workspace* ( $A_{UW}$ ) ini sebesar 2.511 satuan kuadrat.

Tabel 2. Nilai optimum atau nilai kompromi terbaik konstanta kinematik non-dimensional untuk memaksimum  $r_{MIC}$  dan GCI

Konstanta kinematik non-dimensional	Nilai
$\bar{a}$	0.873
$\bar{b}$	1.022
$\bar{c}$	1.105

Kemudian, persentase *workspace* yang dikategorikan sebagai GCW (LCI > 0.5) dan GTW (LTI > 0.7) terhadap *useful workspace* masing-masingnya diberikan sebesar 38.37%, dan 34.93%. Hasil ini menunjukkan perbedaan yang tidak cukup mencolok antara GCW dan GTW. Kemudian, nilai  $r_{MIC}$ , GCI, dan GTI untuk konstanta kinematik non-dimensional optimum melalui NSGA II diperoleh masing-masingnya sebesar 0.75, 0.44, dan 0.59.



Gambar 7. Distribusi (a) LCI dan (b) LTI pada *useful workspace* untuk kasus memaksimumkan  $r_{MIC}$  dan GCI berdasarkan konstanta kinematik non-dimensional optimum melalui metode NSGA-II.

Akhirnya, nilai ketiga konstanta kinematik aktual dapat ditentukan berdasarkan komparasi luas *useful workspace* yang diinginkan dengan luas *useful workspace* dengan konstanta kinematik non-dimensional. Sebagai contoh, jika diinginkan luas *useful workspace* sebesar  $10000 \text{ mm}^2$ , maka nilai faktor normalisasi dapat ditentukan melalui  $D = \sqrt{10000 \text{ mm}^2 / 2.511} = 63.11 \text{ mm}$ . Mengacu pada nilai faktor normalisasi ini dapat ditentukan ketiga konstanta kinematik MPB2dRPS, yaitu  $a = 49.36 \text{ mm}$ ,  $b = 68.94 \text{ mm}$ , dan  $c = 71.02 \text{ mm}$ .

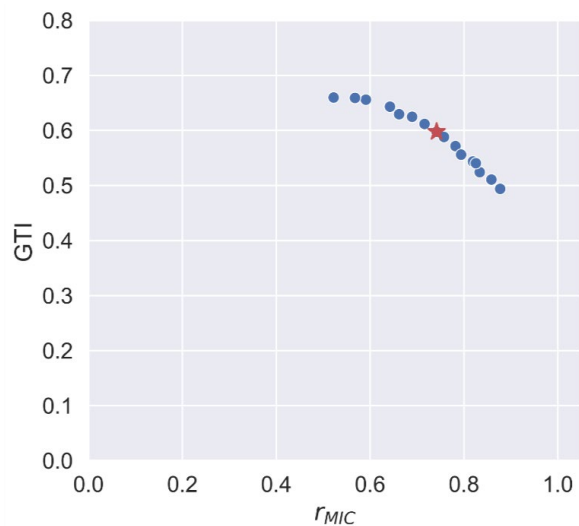
3.3.2. Optimasi dengan Memaksimumkan  $r_{MIC}$  dan GTI

Selanjutnya, batasan konstanta kinematik hasil evaluasi *grid search* dinyatakan oleh

$$\begin{aligned} 0.510 < \bar{a} &\leq 1.245; \\ 0.510 < \bar{b} &\leq 1.245; \text{ dan} \\ 1.010 &\leq \bar{c} \leq 1.245. \end{aligned} \tag{23}$$

Proses optimasi dilakukan dengan penerapan persamaan (23), (21), dan Tabel 1 untuk memaksimum  $r_{MIC}$  dan GTI menggunakan NSGA-II menghasilkan populasi akhir sebagai solusi di

Pareto *front*. Solusi di Pareto *front* untuk kasus kedua ini ditampilkan dalam Gambar 8. Nilai kompromi (solusi terbaik) sebagai nilai optimum dari kedua fungsi objektif ditandai kembali dengan \*. Nilai optimum ini diperoleh melalui penerapan persamaan (5) dan (6) yang mengindikasikan jarak Euklid terpendek dari solusi ideal.



Gambar 8. Pareto *front* untuk memaksimumkan  $r_{MIC}$  dan GTI dengan NSGA-II

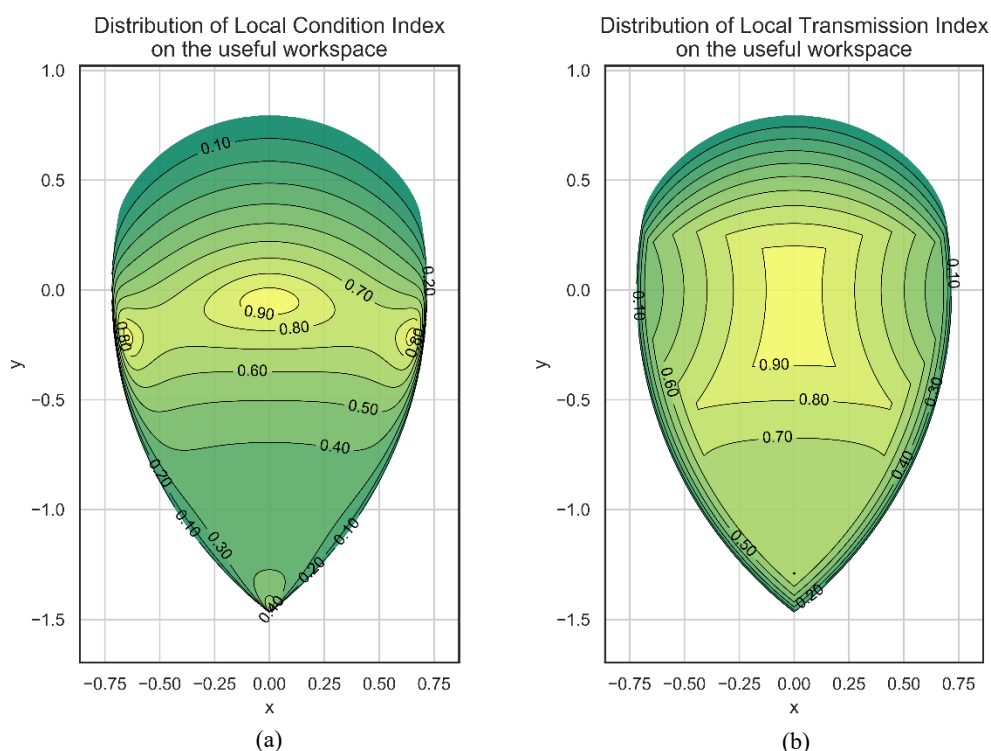
Berdasarkan nilai optimum atau nilai kompromi terbaik kasus kedua yang telah ditentukan dengan NSGA-II (Tabel 3) dapat dihitung besarnya  $r_{MIC}$ , GCI, dan GTI. Ketiga nilai ini secara berurutan masing-masingnya memiliki nilai sebesar 0.74, 0.44, dan 0.60. Luas *useful workspace* untuk konstanta kinematik non-dimensional optimum melalui metode NSGA-II diberikan sebesar 2.533 satuan kuadrat. Dalam hal ini, luas *useful workspace* untuk memaksimum  $r_{MIC}$  dan GTI menunjukkan area yang sedikit lebih besar dibandingkan dengan yang diperoleh pada kasus pertama.

Tabel 3. Nilai optimum atau nilai kompromi terbaik konstanta kinematik non-dimensional untuk memaksimum  $r_{MIC}$  dan GTI.

Konstanta kinematik non-dimensional	Nilai
$\bar{a}$	0.816
$\bar{b}$	1.055
$\bar{c}$	1.129

Selanjutnya, distribusi LCI dan LTI di dalam *useful workspace*-nya dapat diplotkan ke dalam grafik yang ditampilkan oleh Gambar 9. Melalui Gambar 9 juga dapat ditentukan persentase *workspace* dengan LCI > 0.5 (GCW) dan LTI > 0.7 (GTW) terhadap luas *useful workspace*-nya. Untuk persentase GCW dan GTW terhadap *useful workspace* masing-masingnya diperoleh sebesar 38.14% dan 34.68%. Kedua persentase ini hamper sama dibandingkan dengan yang telah diperoleh untuk memaksimumkan  $r_{MIC}$  dan GCI, pada kasus optimisasi pertama.

Kemudian, jika *useful workspace* aktual yang diinginkan memiliki luas sebesar 10000 mm<sup>2</sup> maka faktor normalisasi  $D$  dapat diketahui nilainya, yaitu sebesar 64.31 mm. Dengan demikian, ketiga konstanta kinematik MPB2dRPS ekuivalen memiliki dimensi yang masing-masingnya yaitu  $a = 52.47$  mm,  $b = 67.84$  mm, dan  $c = 72.61$  mm.



Gambar 9. Distribusi (a) LCI dan (b) LTI pada *useful workspace* untuk kasus memaksimumkan  $r_{MIC}$  dan GTI berdasarkan konstanta kinematik non-dimensional optimum melalui metode NSGA-II.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Telah dilakukan proses optimasi konstanta kinematik atau sintesis dimensi MPB2dRPS menggunakan NSGA-II. Proses optimasi dilakukan dengan dua kasus yaitu memaksimalkan (i)  $r_{MIC}$  dan GCI, dan (ii)  $r_{MIC}$  dan GTI. Dengan memaksimalkan kedua kasus ini dapat diperoleh nilai-nilai optimum konstanta kinematik non-dimensional yang sebelumnya telah diidentifikasi melalui Jacobian dan kemudian diterapkan PFNM.

Nilai ketiga konstanta kinematik non-dimensional untuk kasus pertama dan kedua secara berurutan diberikan oleh Tabel 2 dan Tabel 3. Parameter kinematik non-dimensional yang diberikan oleh kedua kasus ini hampir sama atau tidak ada perbedaan secara signifikan. Secara umum, kedua kasus optimasi memberikan luas *useful workspace* yang hampir sama besar. Hal ini juga diikuti oleh rasio luas GCW dan GTW terhadap luas *useful workspace*-nya dalam persen. Akhirnya, metode NSGA-II cukup mumpuni untuk proses sintesis dimensi MPB2dRPS berdasarkan rantai kinematik ekivalennya.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih diucapkan kepada mitra bebestari yang telah menelaah artikel penelitian ini secara *blind review*.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Huda and Y. Takeda, "Dimensional Synthesis of 3-URU Pure Rotational Parallel Mechanism with Respect to Singularity and Workspace," in *12th IFToMM World Congress, 2007*, pp. 1–6.
- [2] S. Huda, B. Harianto, and M. Bur, "Kinematic Design of Three Degrees of Freedom Planar Parallel Mechanism with Consideration of Workingspace, Singularity and Dexterity," in *Proceeding Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XIV (SNTTM XIV)*, 2015, p. MT71 1-5.
- [3] C. M. Gosselin and J. Angeles, "The optimum kinematic design of a spherical three degree of freedom parallel manipulator," *J. Mech. Trans. Autom. Des.*, vol. 111, no. 2, pp. 202–207, 1989.
- [4] C. M. Gosselin and J. Angeles, "A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators," *Trans. ASME J. Mech. Des.*, vol. 131, pp. 220–226, 1991.
- [5] X. Liu, C. Wu, and J. Wang, "A new index for the performance evaluation of parallel manipulators: a study on planar parallel manipulators," in *Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2008*, pp. 353–357, doi: 10.1109/WCICA.2008.4592950.
- [6] X. J. Liu, C. Wu, and J. Wang, "A New Approach for Singularity Analysis and Closeness Measurement to Singularities of Parallel Manipulators," *J. Mech. Robot.*, vol. 4, pp. 1–10, 2015, doi: 10.1115/1.4007004.
- [7] A. Kumar and K. J. Waldron, "The Workspaces of a Mechanical Manipulator," *J. Mech. Des.*, vol. 103, pp. 665–672, 1981.
- [8] P. Zhang, Z. Yao, and Z. Du, "Global Performance Index System for Kinematic Optimization of Robotic Mechanism," *J. Mech. Des.*, vol. 136, no. March, pp. 1–11, 2014, doi: 10.1115/1.4026031.
- [9] X. J. Liu, J. Wang, and G. Pritschow, "Performance atlases and optimum design of planar 5R symmetrical parallel mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 41, no. 2, pp. 119–144, 2006, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.003.
- [10] X. J. Liu and J. Wang, "A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 42, pp. 1210–1224, 2007, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.08.002.
- [11] X. J. Liu and J. J. Wang, *Parallel Kinematics: Type, Kinematics, and Optimal Design*. Heidelberg: Springer, 2014.
- [12] X.-J. J. Liu, J. Li, and Y. Zhou, "Kinematic optimal design of a 2-degree-of-freedom 3-parallelogram planar parallel manipulator," *Mech. Mach. Theory*, vol. 87, pp. 1–17, 2015, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.014.
- [13] X. J. Liu, J. Wang, and G. Pritschow, "Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms," *Mech. Mach. Theory*, vol. 41, no. 2, pp. 145–169, 2006, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.004.

- [14] G. Chiandussi, M. Codegone, S. Ferrero, and F. E. Varesio, *Comparison of multi-objective optimization methodologies for engineering applications*, vol. 63, no. 5. Elsevier Ltd, 2012.
- [15] K. Deb, A. Member, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm :," vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002.
- [16] L. Wang, J. Ding, and L. Zhang, "Multiobjective Optimization of 6-DOF Parallel Manipulator for Desired Total Orientation Workspace," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2019, 2019, doi: 10.1155/2019/5353825.
- [17] G. Wu, "Multiobjective Optimum Design of a 3-RRR Spherical Parallel Manipulator with Kinematic and Dynamic Dexterities," *Model. Identif. Control*, vol. 33, no. 3, pp. 111–122, 2012, doi: 10.4173/2012.3.3.
- [18] F. A. Lara-Molina, D. Dumur, and K. Assolari Takano, "Multi-objective optimal design of flexible-joint parallel robot," *Eng. Comput.*, vol. 35, no. 8, pp. 2775–2801, 2018, doi: 10.1108/EC-01-2018-0015.
- [19] Adriyan, "Analisis Kinematika dan Singularitas Manipulator Paralel Bidang 2 DOF dengan Rantai Kinematik Paralelogram Simetris," *J. Tek. Mesin*, vol. 10, no. 2, pp. 79–87, 2020.
- [20] C. R. Harris *et al.*, "Array programming with NumPy," *Nature*, vol. 585, no. 7825, pp. 357–362, 2020, doi: 10.1038/s41586-020-2649-2.
- [21] J. Blank and K. Deb, "Pymoo: Multi-Objective Optimization in Python," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 1–12, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2990567.
- [22] F. Xie, X. Liu, and J. Li, "Performance Indices for Parallel Robots Considering Motion/Force Transmissibility," in *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, 2014, no. December, pp. 35–43, doi: 10.1007/978-3-319-13966-1.